

De relevantie van sociale contexten: klas en groepjes als sociale hulpbronnen bij het wiskundeonderwijs

Jan Terwel en Ton Mooij

1. Inleiding

Het samenbrengen van leerlingen binnen klassen is de meest gebruikelijke manier van groeperen in het onderwijs. Onderzoek naar effecten van klassekenmerken op het leergedrag en de -resultaten van een leerling (bijvoorbeeld Mooij 1987, 1990; Terwel & Van den Eeden 1990, 1992) suggereert duidelijk het bestaan van effecten van het klasseniveau (zoals de gemiddelde beginscore van de leerlingen in de klas, de hoeveelheid bestede tijd en de instructie door de docent) op het individuele leerresultaat van de leerling. Leerlingen kunnen bovendien gegroepeerd zijn in coöperatieve groepen binnen klassen (Anderson & Pigford 1988). Onderzoek naar de effecten van dit type groepering binnen de klas op het leerresultaat (zie Hallinan 1987; Webb 1982; Webb & Kendersky 1984) heeft laten zien dat de samenstelling en de interactie belangrijk zijn. Het gaat erom dat in de kleine groep bepaalde interactieprocessen tot stand komen waardoor het leerproces van alle leerlingen wordt gestimuleerd. Daarbij is te denken aan bijvoorbeeld hulp vragen en uitleg geven, samen reflecteren op verschillen in oplossingen, enzovoort. Belangrijk is daarbij dat alle leerlingen participeren, statusongelijkheid wordt tegengegaan, heldere en precieze vragen worden gesteld en de leerlingen elkaar uitgebreid uitleg geven. Leerlingen kunnen daartoe worden getraind in cognitieve en sociale vaardigheden (zie Hallinan 1987; Webb 1982; Webb & Kendersky 1984; Webb 1991; Webb & Farivar 1994; Cohen & Lotan 1995).

Er is toeheden geen onderzoek verricht waarin effecten van klas en groep tegelijkertijd worden vastgesteld. Hoewel we redelijk zeker zijn over de relevantie van de variabelen van het individuele niveau voor de studieprestatie, hebben we nog geen aanwijzingen over de relevantie van variabelen op het groepsniveau versus die van het klasseniveau. In dit artikel staat de volgende vraag centraal: Wat dragen de variabelen van het leerlingniveau, de groep en de klas bij aan de totstandkoming van leeruitkomsten van de individuele leerling?

Om deze vraag te beantwoorden voeren we een analyse uit (met gegevens van het project SVO-0647). In dit project werd getracht de effectiviteit vast te stellen van 'Adaptief Groepsgericht Onderwijs' (afgekort tot AGO) van een wiskunde-

curriculum voor 12- tot 16-jarige leerlingen in het voortgezet onderwijs (zie Herfs, Mertens, Perrenet & Terwel 1991). Een van de kenmerken van het AGO-curriculum is de aandacht voor samenwerken bij het leren.

2. Theorie

Het bestaande onderzoek naar coöperatief leren kan worden verdeeld in twee tradities.

In de *eerste traditie* ligt het accent op de effecten van specifieke klassekenmerken, bijvoorbeeld variabelen betreffende de samenstelling van klassen (Burstain 1980; Dar & Resh 1986; Dreeben & Barr 1987; Mooij 1990, 1992a; Mooij & Jansen 1990; Slavin 1989; Terwel & Van den Eeden 1990; Webb 1985, 1989). Het begrip 'socio-learning environment' (Dar & Resh 1986) is van toepassing op de resultaten van dit onderzoek. Effecten van de classesamenstelling op leerprestaties kunnen worden verklaard door verschillen in de kwaliteit van de leeromgeving. De kwaliteit van de classesamenstelling, bijvoorbeeld, wordt daarbij beschreven in termen van de verhouding van leerlingen met veel persoonlijke hulpbronnen tot leerlingen met weinig persoonlijke hulpbronnen.

De *tweede traditie* concentreert zich op de effecten van de groepjes in de klas. De aandacht richt zich in deze traditie vooral op de samenstelling en de interactie. Dit type onderzoek is uitgevoerd door Webb (1982), Webb en Kendersky (1984), Webb (1991), Hallinan (1987) en Leechor (1988). Leerlingen in groepjes worden gewoonlijk geconfronteerd met medeleerlingen met afwijkende gezichtspunten en andere oplossingen voor de leertaak. Dit leidt tot socio-cognitieve conflicten, die vergezeld gaan van gevoelens van onzekerheid, die weer in de leerlingen de bereidheid teweegbrengen hun eigen oplossing vanuit een ander perspectief te beschouwen. De resulterende socio-cognitieve processen kunnen weer andere cognitieve vaardigheden stimuleren (zoals vergelijken en een oplossing toelichten). Samenwerking in groepjes betekent daarmee dat de andere leerlingen bijdragen tot hogere leerprestaties. Onder deze omstandigheden gebruiken leerlingen elkaar als hulpbronnen. Leechor (1988) noemt dit verschijnsel dan ook 'resource sharing'.

In beide tradities staat het idee centraal dat de betreffende sociale groepering voor de leerlingen een specifieke leeromgeving vormt die zij als 'sociale hulpbron' kunnen gebruiken. Een sociale hulpbron dient hier niet te worden opgevat als een machtsbasis zoals in de politieke sociologie wordt gehanteerd om onderhandeling en coalitie van verschillende partijen te kunnen verklaren (zie Komorita & Hamilton 1984; Segal 1979) of in de gezinssociologie om gebruik van geweld tussen partners en scheefheid van de taakverdeling van echtgenoten inzichtelijk te maken (zie bijvoorbeeld Heath & Ciscel 1988; Peterson 1991; Steil & Weltman 1991), maar eerder als een reservoir van hulpmiddelen dat iemand ter beschikking staat en waaruit kan worden geput om zijn of haar doel te bereiken. Het begrip 'so-

cial resource' is daarmee sterk verwant met het begrip 'cultureel kapitaal' uit de onderwijssociologie, dat wordt gebruikt om de invloed van het sociaal milieu op leerprocessen te verklaren (zie De Graaf 1987).

Voor beide tradities geldt ook dat ze gaan over de relatie tussen het hogere niveau (klas, groep) en het individu. Om die te kunnen aangeven starten we vanuit de evenwichtstheorie van Willms (1985), die inhoudt dat er *een tendens tot evenwicht* bestaat tussen het benutten van hulpbronnen op het leerlingniveau en het benutten van hulpbronnen op het collectieve niveau. Hoe meer leerlingen kunnen profiteren van hun eigen studiegeschiktheid, des te minder zullen zij de stimuli van de leeromgeving nodig hebben. Een gevolg van het feit dat de hulpbronnen van het collectieve niveau de tekorten in de hulpbronnen van het individuele niveau neigen aan te vullen, is dat er een soort evenwichtstoestand tot stand komt in het prestatieniveau van de leerling. Hoe meer leerlingen van hun eigen begaafdheid als een individuele hulpbron kunnen profiteren, des te minder putten zij uit de sociale hulpbronnen van hun leeromgeving. Deze evenwichtstheorie komt inhoudelijk overeen met de zogenaamde 'socio-learning environment theory' van Dar en Resh (1986) over differentiële effecten van stimulerende klassevariabelen op het leerproces van sterke en zwakke leerlingen: het zijn juist de zwakke leerlingen die profiteren van een gunstige leeromgeving in de klas, en hun profijt is meer dan de sterke leerlingen moeten inleveren. De evenwichtstheorie staat in contrast tot de theorie over het Matthéus-effect, die inhoudt dat de benutting van de hulpbronnen van de verschillende niveaus elkaar ondersteunt (Walberg & Tsai 1983).

De eenzijdigheden van de beide tradities kunnen worden overwonnen door behalve aan leerlingvariabelen ook aan groeps- en klassevariabelen aandacht te besteden. Dit houdt in dat we drie niveaus tegelijkertijd in onze analyse zullen betrekken.

Voor de vaststelling of de evenwichtstheorie danwel de theorie over het Matthéus-effect een verklaring kan bieden voor de benutting van de hulpbronnen van verschillende sociale niveaus, is gebruik gemaakt van de volgende variabelen.

Op het *niveau van de leerling* onderscheiden we twee *afhankelijke* variabelen: prestatie voor wiskunde en plezier in wiskunde aan het einde van het curriculum. We willen prestatie en plezier in wiskunde van een individuele leerling verklaren met gebruikmaking van een aantal variabelen op het leerlingniveau, het groepsniveau en het klasseniveau. Met behulp van deze onafhankelijke variabelen kunnen we de prestatie en het plezier in wiskunde als onderwijsuitkomsten vergelijken. We verwachten daarbij dat het plezier in wiskunde vooral afhangt van de groepskenmerken, en de prestatie in wiskunde van de klassekenmerken. De groepen zijn mede samengesteld op basis van de voorkeur van de leerlingen die daarvan deel uitmaken, hetgeen nauw zal samenhangen met de homogeniteit in aantrekkelijkheid en afkeer van de studieonderwerpen (waaronder wiskunde). Daarentegen is

de klas de plaats van cognitieve instructie, vooral ook omdat resultaten van het werk in de groepjes worden uitgewisseld in de klas als geheel.

Vervolgens zijn op het *leerlingniveau* drie *onafhankelijke* variabelen geselecteerd: een meting in begaafdheid voor wiskunde, een eerste meting voor het plezier in wiskunde, en de extra steun die een docent aan een individuele leerling heeft geboden. Begaafdheid is opgenomen omdat het gewoonlijk een sterke voorspeller is van prestatie (Corno & Snow 1986). Leerlingen met hogere begaafdheid vertonen doorgaans meer succes in een vak, hetgeen de positieve gevoelens tegenover dit vak stimuleert. Hoe hoger de begaafdheid, hoe groter het uiteindelijke plezier in wiskunde. Op gelijke wijze kan het hebben van plezier in wiskunde worden beschouwd als een motivationele factor en daarmee als een voorspeller van de leerprestatie en de houding tegenover wiskunde. Individuele leerlingbegeleiding door de docent is een van de strategieën om de instructie aan te passen aan de individuele verschillen in leren (Corno & Snow 1986). Bijgevolg kan begeleiding door de docent positief bijdragen aan prestatie en plezier in het vak wiskunde. Kortom, we verwachten dat de drie genoemde variabelen een positief effect op prestatie en plezier in wiskunde zullen hebben.

We nemen aan dat er op het *groepsniveau* drie variabelen van belang zijn: wiskundige begaafdheid van de leerlingen op het niveau van de groepjes, kwaliteit van de samenwerking tussen de leerlingen binnen de groepjes en docentbegeleiding voor de leerlingen in de groep. (Zie verder Terwel, Herfs, Mertens & Perrenet 1994.) Een hogere gemiddelde wiskundige begaafdheid in de groepjes zal het optreden van complexe cognitieve processen bevorderen, hetgeen zal resulteren in een hogere prestatie en attitude voor elke leerling in de groep. De kwaliteit van de samenwerking tussen leerlingen, en de begeleiding door de docent zijn van belang voor de verschillen in leerprestatie en -attitude tussen groepjes (Hallinan 1987; Webb & Kendersky 1984; Andersen & Pigford 1988; Salomon & Globerson 1989; Webb 1991).

Bovendien kunnen de groepsvariabelen de prestatie en het plezier van een leerling beïnvloeden, afhankelijk van de beginpositie van de leerling op de individuele variabelen. Als dit het geval is, zullen de effecten van begaafdheid op prestatie tussen de groepjes verschillen, of van plezier in wiskunde aan het begin van het schooljaar op plezier aan het einde van het schooljaar. Het bestaan van dergelijke effecten binnen de groepjes zal worden vastgesteld. Conform de theorie over het evenwicht van sociale en individuele hulpbronnen verwachten we dat deze effecten negatief zullen zijn.

Op het *klassenniveau* nemen we opnieuw aan dat er drie variabelen van belang zijn voor de effecten op prestatie en plezier van een leerling: de gemiddelde begaafdheid in wiskunde binnen de klas, de tijd besteed aan wiskunde binnen de klas, en het percentage tijd besteed aan werken in groepjes tijdens de wiskundelessen binnen de klas. De gemiddelde wiskundige begaafdheid is ook hier opgenomen

omdat op elk niveau begaafdheid een van de belangrijkste variabelen is (Beckerman & Good 1981; Dreeben & Barr 1988; Mooij 1990). Verder is opgenomen de tijd die per klas aan het wiskundecurriculum wordt besteed. Hoe meer tijd er aan wiskunde wordt besteed, des te meer leermogelijkheden doen er zich voor, en des te hoger zal de prestatie in wiskunde zijn. Tijd kan aldus de leerprocessen en uitkomsten in wiskunde van individuele leerlingen beïnvloeden. Vooral voor klassen met een lage wiskundige begaafdheid is de instructieduur van cruciaal belang: hoe minder tijd voor instructie er wordt uitgetrokken, hoe lager de leerresultaten (Dreeben & Barr 1988). Afhankelijk van de classesamenstelling kunnen de zwakke leerlingen eerder profiteren van meer tijd dan sterke leerlingen. Ten slotte, op basis van de theorie over samenwerkend leren (Slavin 1989; Webb 1991) verwachten we dat hoe meer tijd aan werken in samenwerkingsgroepjes tijdens de wiskundelessen wordt besteed, hoe meer de prestatie en het plezier van de leerling zullen worden gestimuleerd.

We willen hier nagaan of er tussen de klassen verschillen optreden en of de optredende verschillen samenhangen met de klassevariabelen. Toepassing van Willms' evenwichtstheorie op de samenhang van de typische klasseprocessen en de klassevariabelen voorspelt in het bijzonder de aanwezigheid van negatieve relaties tussen de individuele leerprocessen van een leerling en de klassevariabelen.

3. Het onderzoeksontwerp

Het onderzoek bevat twee waarnemingsmomenten in een situatie waarin het genoemde AGO-curriculum is toegepast. De voorliggende secundaire analyse betreft 341 leerlingen, 100 groepjes en 14 klassen.

De wiskundige begaafdheid van de leerlingen werd vastgesteld voorafgaande aan de uitvoering van de ontwikkeling van het AGO-curriculum. Deze bestond uit de som van twee deelschalen (afbeeldingen en vergelijkingen) van het 'Prüfsystem für Schul- und Bildungsberatung' (Horn 1969). De opgaven betroffen bijvoorbeeld het aangeven van een element dat niet in een gegeven reeks thuishoort. De score werd bepaald als het aantal opgaven dat goed werd gemaakt. Elke leerling kon ten hoogste voor elke deelschaal twee maal 40 punten behalen. De redeneertest is met twee parallelle versies afgenomen om afkijken tegen te gaan. De betrouwbaarheid (alpha) van deze begaafdheidsschaal op het leerlingniveau is 0,81. Het is op basis van deze schaal dat ook de gemiddelden van de leerlingen in elk groepje en elke klas zijn berekend. Een vragenlijst om het plezier in wiskunde vast te stellen werd twee keer afgenomen, voorafgaande aan de uitvoering van het AGO-curriculum en na de uitvoering. De betrouwbaarheid (alpha) voor de eerste meting was 0,87 en voor de tweede meting 0,90. De meting van prestatie in wiskunde vond plaats met behulp van een curriculum-specifieke toets. De betrouwbaarheid (alpha) van deze prestatiemeting bedraagt 0,87.

Aan de docenten is gevraagd hoeveel tijd besteed werd aan individuele begeleiding. Van deze schaal is per groepje het gemiddelde berekend. Verder werd gevraagd naar de hoeveelheid tijd dat er klassikaal werd lesgegeven (gemeten in minuten).

Een vragenlijst, gebaseerd op Fischer en Fraser (1983) en genaamd 'Perceptie van het Curriculum in Actie', werd bij de leerlingen afgenomen. Een van de subschalen betreft de kwaliteit van de onderlinge samenwerking tussen de leerlingen. De betrouwbaarheid (alpha) bedraagt hier 0,78. De gemiddelde samenwerking in een groepje geeft de kwaliteit van de samenwerking in het groepje aan. De mate van samenwerking in de groepjes werd gemeten via de 'Adaptieve Instructie Observatie Schaal'. De betrouwbaarheid van dit instrument werd geschat op basis van Cohen's kappa. We vonden een algemene score van 0,65 (waarden hoger dan 0,60 zijn acceptabel). (Zie verder Terwel, Herfs, Mertens & Perrenet 1994.)

Tabel 1 geeft een overzicht van de variabelen en hun gemiddelde en standaardafwijkingen.

Tabel 1: De niveauspecifieke variabelen: gemiddelden en standaarddeviaties

	gemiddelde	standaarddeviatie
Leerlingniveau		
afhankelijke variabelen		
<i>Prestatie</i>	25,44	9,84
<i>Plezier2</i>	3,22	0,90
onafhankelijke variabelen		
<i>Begaafdheid</i>	53,87	6,92
<i>Plezier1</i>	3,25	0,87
<i>Begeleiding</i>	2,55	0,07
Groepsniveau		
onafhankelijke variabelen		
<i>gBegaafdheid</i>	53,91	4,93
<i>gSamenwerking</i>	3,60	0,63
<i>gBegeleiding</i>	2,61	0,81
Klasseniveau		
onafhankelijke variabelen		
<i>kBegaafdheid</i>	53,64	3,47
<i>Tijd</i>	1063,31	10,80
<i>Groepswerk</i>	26,69	14,59

De niveau-specifieke correlaties tussen de variabelen zijn weergegeven in tabel 2. Het blijkt dat de correlaties telkens lager zijn dan de kritische waarde van .90 voor het optreden van foutieve coëfficiënten als gevolg van een sterk verband tussen onafhankelijke variabelen (Johnston 1972).

Tabel 2: Niveauspecifieke Pearson-correlaties

Leerlingniveau (n = 341)				
<i>afhankelijke variabelen</i>	1	2	3	4
1. Prestatie				
2. Plezier2	0,40			
<i>onafhankelijke variabelen</i>				
3. Begaafdheid	0,57	0,27		
4. Plezier1	0,48	0,79	0,26	
5. Begeleiding	-0,30	-0,12	-0,20	-0,19
Groepsniveau (n = 100)				
<i>onafhankelijke variabelen</i>	1	2		
1. gBegaafdheid				
2. gCoöperatie	0,10			
3. gBegeleiding	-0,25	-0,04		
Klasseniveau (n = 14)				
<i>onafhankelijke variabelen</i>	1	2		
1. kBegaafdheid				
2. Tijd	-0,08			
3. Groepswerk	0,28	-0,32		

4. Drie-niveau analyse

De analyse is gericht op de relaties van prestatie en plezier in wiskunde aan het einde van het studiejaar met andere variabelen, die gelegen zijn op de niveaus van de leerling, de groep of de klas. Het gebruikte model van analyse tracht deze relaties te beschrijven in termen van regressies van de afhankelijke variabelen van het leerlingniveau op de onafhankelijke variabelen van de diverse niveaus. Bij deze regressies wordt een onderscheid gemaakt tussen (a) de scores voor prestatie en plezier in wiskunde die voor alle leerlingen van eenzelfde groepje of van eenzelfde klas hetzelfde zijn (de intercepten), (b) de vermenigvuldigingsfactor volgens welke men vanuit een score op een onafhankelijke variabele de score op prestatie of plezier kan voorspellen (de helling) en die niet alleen voor alle leerlingen geldt maar ook typisch is voor een groepje of een klas, en (c) een resterende score. Daarbij blijkt vanzelf of er variatie bestaat in de intercepten of ook in de hellingen. We verwijzen hier naar het artikel van Smit (in dit nummer, p. 285-300).

In een laatste stap wordt onderzocht of de optredende verschillen in intercepten en hellingen tussen de groepjes en de klassen samenhangen met respectievelijk de groeps- en klassevariabelen, alsmede of de verschillen tussen de klassen van de relaties op het groepsniveau samenhangen met de klassevariabelen. Twee-niveau analyse is beschreven door De Leeuw en Kreft (1986), Aitkin en Longford (1986), Raudenbush en Bryk (1986) en Goldstein (1987); drie-niveau analyse wordt ver-

meld door, onder anderen, Bryk en Raudenbush (1988, 1992), Goldstein (1989) en Prosser, Rasbash en Goldstein (1990).

We hanteren een model van drie vergelijkingen in drie stappen. De niveaus zijn leerlingen, groepjes en klassen. De regressie voor alle van de eerste stap zijn opgenomen in een vergelijking die de regressie van de afhankelijke variabele Prestatie uitdrukt in de onafhankelijke variabelen van het leerlingniveau: Begaafdheid, Plezier1 (de eerste meting) en Begeleiding:

$$Prestatie_{ij} = \beta_{0j} + \beta_{1j} Begaafdheid_{ij} + \beta_{2j} Plezier1_{ij} + \beta_{3j} Begeleiding_{ij} + E_{ij}$$

waarin

i: individuele leerling ($i = 1 \dots 341$)

j: groepje ($j = 1 \dots 100$)

m: onafhankelijke variabele op het leerlingniveau ($m = 1 \dots 3$)

β_{mj} : helling van de regressie van prestatie op variabele m van groepje j

β_{0j} : intercept van groepje j

E_{ij} : storingsterm, met variantie s_i^2 en gemiddelde 0.

De tweede stap betreft de regressie tussen de groepjes van intercept β_{0j} en hellingen β_{mj} op de groepsvariabelen $gBegaafdheid$, $gSamenwerking$ en $gBegeleiding$.

$$\beta_{0j} = \gamma_{00} + \gamma_{01} gBegaafdheid_j + \gamma_{02} gSamenwerking_j + \gamma_{03} gBegeleiding_j + e_{0j}$$

$$\beta_{mj} = \gamma_{m0} + \gamma_{m1} gBegaafdheid_j + \gamma_{m2} gSamenwerking_j + \gamma_{m3} gBegeleiding_j + e_{mj}$$

waarin

γ_{0n} : intercept van regressie van β_{0j} op groepsvariabelen

γ_{mn} : helling van regressie van β_{mj} op groepsvariabele n

e_{mj} : storingsterm van de regressie van β_{mj} , met variantie t_{mj}^2

e_{0j} : storingsterm van de regressie van β_{0j} , met variantie t_0^2

n: onafhankelijke variabele op het groepsniveau ($n = 1 \dots 3$)

De derde stap betreft de regressie tussen de klassen van intercept γ_{0j} en hellingen γ_{mj} op de klassevariabelen $kBegaafdheid$, $Tijd$ en $Groepswerk$. In de analyse besteden we aandacht aan (a) de relaties van verschillen in de hellingen van de regressies op het leerlingniveau tussen de groepjes met de groepsvariabelen, alsook aan (b) de relaties van verschillen in de hellingen van die regressies tussen de klassen met klassevariabelen. Andere verschillen tussen hellingen laten we buiten beschouwing.

$$\gamma_{0j} = \delta_{00} + \delta_{01} kBegaafdheid_j + \delta_{02} Tijd_j + \delta_{03} Groepswerk_j + v_{0j}$$

$$\gamma_{mj} = \delta_{m0} + v_{mj}$$

waarin

δ_{0k} : intercept van regressie van γ_{0j} op klassevariabele k

δ_{mk} : helling van regressie van γ_{mj} op klassevariabele k

v_{mj} : storingsterm van de regressie van γ_{mj} , met variantie v_m^2

v_{0j} : storingsterm van de regressie van γ_{0j} , met variantie v_0^2

k : onafhankelijke variabele op het klassenniveau ($k = 1 \dots 3$)

In het bovenstaande analysemodel, dat door De Leeuw en Kreft (1986) en Longford (1993) 'random coëfficiënt model' wordt genoemd, is de variantie per groepje en per klas opgenomen om (mogelijke) verschillen in intercepten en hellingen te verklaren. Het deel van het model dat intercept- en hellingencoëfficiënten voor specifieke variabelen bevat, is het 'verklarende deel' van de model; het deel van het model dat de varianties van de storingstermen op groeps- of klassenniveau bevat, is het 'toevalsdeel'.

Het meest interessante deel in deze vergelijkingen is de vaststelling van de hellingvariantie tussen groepjes en de verklaring ervan door de groepsvariabelen (γ_{mn}), evenals de vaststelling van de tussen-klasse varianties van de hellingen en de verklaring ervan door de klassevariabelen (δ_{mk}). Beide soorten termen weerspiegelen de verschillen in individuele effecten en de groeps- en klassevariabelen en drukken daarmee de invloed uit van de onderwijsomgeving van groeps- en klassenniveau op het proces van het verkrijgen van prestatie en plezier in wiskunde van een leerling. Van een autocorrelatie tussen de variabelen op individueel, groeps- en klassenniveau is geen sprake omdat de variabelen van een verschillend niveau in een verschillende vergelijking voorkomen.

Eerst wordt een variantiesplitsing van de afhankelijke variabelen over de diverse niveaus geschat (model 1). Achtereenvolgens worden daarna de leerlingvariabelen in het verklarende deel ingevoerd, en de verschillen van de regressiecoëfficiënten tussen groepje en de klassen geschat om ze daarna door groeps- en klassevariabelen te verklaren. Deze procedure is gericht op vermindering van foutieve conclusies (type-I fout). Het levert de uitkomst op zoals beschreven in model 2. Niet-significante coëfficiënten zijn weggelaten. Longford's (1986) VARCL-programma werd gebruikt bij de analyse.

5. Resultaten

Prestatie in wiskunde. De resultaten met betrekking tot prestatie in wiskunde zijn vermeld in tabel 3. In de tabel komen de verklarende en de toevalsdelen van twee opeenvolgende modellen voor. Model 1 is een model waarin de variantie in de scores voor de prestatie in wiskunde aan het eind van het jaar gesplitst wordt in drie delen: het ene deel betreft de verschillen tussen de gemiddelden van de klassen, het tweede deel de overblijvende verschillen tussen de gemiddelden van de groepjes,

en het derde niveau de dan nog resterende verschillen in de individuele scores tussen de leerlingen. De standaardfouten voor de schattingen van de variantiecomponenten (tussen haakjes) laten zien dat deze coëfficiënten significant zijn ($P > 0,95$). Zoals men bij de splitsing van de restvarianties in de tabel kan zien, is verreweg het grootste deel (60,4 procent, ofwel 57,3 van 94,8) van de verschillen in wiskundeprestatie aanwezig tussen de klassen, een gering gedeelte (4,0 procent) tussen de groepjes, en de overblijvende 39,2 procent tussen de leerlingen.

Tabel 3: Resultaten van drie-niveau analyse met *prestatie in wiskunde* als afhankelijke variabele. De standaardfouten zijn vermeld tussen haakjes. Niet-significante coëfficiënten zijn niet vermeld

	Model 1	Model 2
Verklarende deel		
b_0 gemiddelde	24,25	-216,04
effecten op het leerlingniveau		
b_1 <i>Begaafdheid</i>		2,43 (0,68)
b_2 <i>Plezier</i>		2,98 (0,35)
b_3 <i>Begeleiding</i>		16,74 (5,25)
effecten op het klassenniveau		
interceptvariantie verklaard door		
B_1 <i>kBegaafdheid</i>		4,02 (0,77)
hellingvariantie met betrekking tot <i>Begaafdheid</i> verklaard door		
β_{11} <i>kBegaafdheid</i>		-0,04 (0,01)
hellingvariantie met betrekking tot <i>Begeleiding</i> verklaard door		
β_{31} <i>Begaafdheid</i>		-0,17 (0,09)
β_{33} <i>Tijd</i>		-0,01 (0,002)
Toevalsdeel		
restvariantie:		
s^2 leerlingniveau	33,70	22,914
t^2 groepsniveau	3,75 (0,63)	1,06 (1,03)
v^2 klassenniveau	57,33 (1,48)	8,26 (2,87)
<i>deviance</i>	2246,62	2079,90
verschil in <i>deviances</i>		166,71
verschil in vrijheidsgraden		7

Model 2 in tabel 3 is gebaseerd op een analyse waarin de negen onafhankelijke variabelen worden opgenomen om de variantie op de afzonderlijke niveaus te verklaren, evenals de verschillende combinaties van leerling- en klassevariabelen.

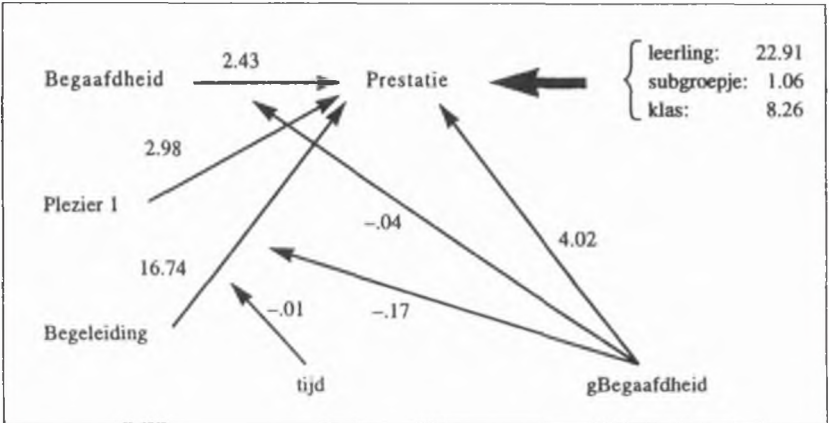
Het meest belangrijke resultaat is dat alle drie variabelen op het groepsniveau wegvallen vanwege niet-significante coëfficiënten. Voor prestatie in wiskunde zijn dus de groepjes niet van belang.

De resultaten kunnen als volgt worden samengevat:

- a. hoe begaafder de leerlingen zijn, hoe groter hun plezier in wiskunde aan het begin van het curriculum, en hoe meer individuele begeleiding leerlingen krijgen, des te hoger is hun prestatie in wiskunde (de coëfficiënten zijn achtereenvolgens 2,43, 2,98 en 16,74);
- b. hoe hoger de gemiddelde wiskundige begaafdheid van een klas, hoe hoger de gemiddelde prestatie in die klas (de coëfficiënt bedraagt 4,02). Deze relatie is geen weerspiegeling van het feit dat begaafde leerlingen meer presteren, omdat we daarvoor hebben gecontroleerd. De relatie is evenmin een gevolg van de relaties van de klaskenmerken op de zojuist onder a genoemde individuele effecten, eveneens omdat daarvoor gecontroleerd is. Er is geen verband tussen gemiddelde prestatie en hoeveelheid aan groepswork bestede tijd en hoeveelheid begeleiding per klas door de docent;
- c. het effect van begaafdheid op prestatie, dat van klas tot klas verschilt, is kleiner naarmate de gemiddelde wiskundige begaafdheid van een klas hoger is (de coëfficiënt bedraagt $-0,04$). Dit betekent dat, wanneer leerlingen in het algemeen hoger presteren naarmate zij in meer begaafde klassen zitten, extra begaafdheid leidt tot mindere prestaties. Omgekeerd, wanneer leerlingen in het algemeen lager presteren naarmate zij in minder begaafde klassen zitten, leidt minder begaafdheid juist tot iets hogere prestaties;
- d. het effect van individuele begeleiding op prestatie is kleiner naarmate de klas gemiddeld meer begaafd is en er meer tijd aan het curriculum wordt besteed (de coëfficiënt bedraagt $-0,01$). Dit betekent, omgekeerd, dat individuele begeleiding juist effectief is in de laag-begaafde klassen en bij minder bestede tijd;
- e. de toevalsvariantie op het groepsniveau, die in model 1 nog aanwezig was (en 3,75 bedroeg), is weggefallen door de invoering van de variabelen in model 2 (de coëfficiënt is 1,058 en is geenszins significant). Met andere woorden: de scheefheid van de verdeling van de leerlingen over de groepjes en de klasvariabelen doen de aanvankelijke verschillen tussen de groepjes verdwijnen. Leerlingen met gelijke begaafdheid en plezier in wiskunde hebben de neiging in eenzelfde groepje te gaan zitten. Bovendien vormen de verschillen tussen de groepjes een weerspiegeling van de verschillen tussen de klassen;
- f. de toevalsvariantie op het klassenniveau is nog significant (deze bedraagt achtereenvolgens 57,33 en 8,29). Dit suggereert dat andere klassevariabelen dan de enkele die in ons onderzoek waren betrokken, meer van deze variantie kunnen verklaren;
- g. het verschil in de *deviance*-waarden (dat de mate aangeeft waarin de gege-

vens door model 2 worden 'verklaard') is voldoende groot (167 bij zeven vrijheidsgraden) om de verklaring door model 2 niet aan toeval ($P < 0,05$) toe te schrijven.

De uitkomsten van de analyse kunnen in een figuur worden weergegeven: zie figuur 1.

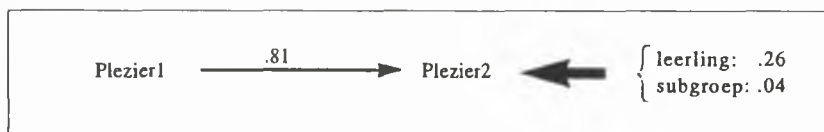


Figuur 1: De uitkomsten met betrekking tot prestatie in wiskunde

Tabel 4: Resultaten van drie-niveau analyse met uiteindelijk plezier in wiskunde als afhankelijke variabele. De standaardfouten zijn vermeld tussen haakjes. Niet-significante coëfficiënten zijn niet vermeld

	Model 1	Model 2
Verklarende deel		
b_0 gemiddelde	3,21	0,60
effecten op leerlingniveau		
b_2 Plezier1		0,81 (0,04)
Toevalsdeel		
restvariantie:		
s^2 leerlingniveau	0,57	0,26
t^2 groepsniveau	0,17 (0,07)	0,04 (0,02)
v^2 klassenniveau	0,06 (0,09)	0,001 (0,14)
<i>deviance</i>	856,58	553,80
verschil in <i>deviances</i>		302,77
verschil in vrijheidsgraden		1

Plezier in wiskunde. De tweede afhankelijke variabele is het plezier in wiskunde aan het einde van het studiejaar. In tabel 4 zijn de uitkomsten van de drie-niveau analyse vermeld.



Figuur 2: De uitkomsten met betrekking tot uiteindelijk plezier in wiskunde

De resultaten in tabel 4 laten zien dat de meeste variantie van de scores op plezier in wiskunde op het leerlingniveau is gelegen (70,6 procent), een aanzienlijk gedeelte op het groepsniveau (21,9 procent) en een klein gedeelte (7,5 procent) op het klassenniveau. Het blijkt verder dat het plezier in wiskunde aan het einde van het curriculum afhangt van het plezier aan het begin van het curriculum (de coëfficiënt bedraagt 0,81), hetgeen de stabiliteit van het plezier in wiskunde weerspiegelt. De splitsing van de leerlingvariantie naar groepjes vertoont een significant effect van 0,044 (standaardfout 0,021). Deze variatie kan evenwel niet worden verklaard door de feitelijk voorkomende variabelen. Het verschil in *deviance*-waarden tussen model 1 en model 2 is 303 met één vrijheidsgraad, dus model 2 verbetert significant de verklaring van het uiteindelijke plezier.

De resultaten van deze analyse zijn vermeld in de grafiek in figuur 2. Ten slotte laat tabel 5 een overzicht zien van de verklaarde niveauspecifieke percentages variantie voor model 2 in prestatie en uiteindelijk plezier. Verklaring van plezier heeft relatief meer succes.

Tabel 5: Percentages variantie verklaard per onafhankelijke variabele en per niveau

	Prestatie	Plezier
leerling	32,0	54,2
groepjes	71,8	75,0
klas	85,6	98,8

6. Discussie

Onze probleemstelling betrof de effecten van leeromgevingen op processen die leiden tot prestatie en plezier in wiskunde in het voortgezet onderwijs aan het eind

van het leerjaar waarin het AGO-curriculum is toegepast. Aangenomen werd dat deze leeruitkomsten afhankelijk waren van de wiskundige begaafdheid van de leerlingen, hun plezier in wiskunde en de individuele begeleiding door de docent. Onderzocht is in hoeverre de groepjes en de klas van belang zijn voor de processen die leiden tot prestatie en het plezier in wiskunde. Dit is vastgesteld wat betreft de groepjes aan de hand van de gemiddelde wiskundige begaafdheid van de groepjes, begeleiding en de samenwerking binnen de groepjes, en wat betreft de klas aan de hand van de gemiddelde wiskundige begaafdheid van de klas, de tijd besteed aan het curriculum en aan het in groepjes werken. Bij deze analyse is gebruik gemaakt van het drie-niveau random coëfficiënt model.

Uit de analyse bleek dat de leerlingvariabelen wiskundige begaafdheid, plezier in wiskunde aan het begin van het studiejaar, en individuele begeleiding door de docent voor de prestatie in wiskunde van belang zijn, hetgeen was verwacht. In tegenstelling tot onze verwachting voorspellen de groepsvariabelen prestatie niet. Wel zijn voor prestatie de klassevariabelen van belang. Hoe hoger de gemiddelde begaafdheid in de klas, hoe hoger de prestatie van de leerlingen, maar de gemiddelde begaafdheid hangt negatief samen met het effect van de individuele begaafdheid op prestatie. Verder hangen de gemiddelde begaafdheid en de tijd besteed aan wiskunde per klas negatief samen met de effecten van begeleiding op prestatie per klas. De gemiddelde klassebegaafdheid speelt dus een belangrijke rol in de bemiddeling van de effecten van zowel de individuele begaafdheid als individuele begeleiding door de docent.

Met betrekking tot de voorspellingen over plezier in wiskunde is weliswaar vastgesteld dat het groepsniveau en niet het klassenniveau van belang is, maar het belang van de groepjes kan niet worden verklaard door de in ons onderzoek opgenomen kenmerken. De positieve effecten van de individuele leerlingvariabelen, zoals begaafdheid en plezier in wiskunde, passen in ons theoretisch kader: begaafdheid en plezier in wiskunde aan het begin op het individuele niveau zijn voorspellers van prestatie en plezier in wiskunde aan het einde van het curriculum. (In dit verband is de bekende uitspraak van Ausubel relevant: 'If I had to reduce all of educational psychology to just one principle, I would say this: the most important single factor influencing learning is what the learner already knows. Ascertain this and teach him accordingly' (Ausubel 1968; Corno & Snow 1986; Dochy 1993).) Het positief effect van de docentbegeleiding op prestatie in wiskunde is in overeenstemming met conclusies uit een recent onderzoek door Mason en Good (1993).

Onze analyse wijst echter ook op een neerdrukkend effect van de gemiddelde begaafdheid van de leerlingen op dit effect van begeleiding, parallel aan een vergelijkbaar effect op de relatie van individuele begaafdheid op prestatie.

Dergelijke vrij complexe processen verdienen verdere studie voordat er conclusies kunnen worden getrokken. Misschien bestaat er een non-lineaire relatie tus-

sen begeleiding en prestatie (stijgend verloop) die kan verklaren waarom de effecten van begeleiding sterker zijn in laagbegaafde klassen. Een theoretische verklaring voor het gevonden verband wordt geleverd door de eerder genoemde 'evenwichtstheorie' van Willms (1985).

We bediscussiëren nu de meest belangrijke uitkomsten van onze analyse. Resultaten laten zien dat alleen de leerling en de klas van belang zijn voor het verklaren van verschillen in prestatie in wiskunde tussen de leerlingen, en niet de groepjes. Deze uitkomst is in tegenspraak met onze verwachting dat beide niveaus relevant zijn. De diverse groeps- en klassevariabelen werden berekend op basis van aggregatie van leerlingvariabelen. Het opnemen van variabelen van deze niveaus zelf was evenwel te verkiezen, maar is om praktische redenen niet mogelijk geweest. Het feit dat de variantie (in het intercept) op groepsniveau significant van nul verschilt, hetgeen overigens een weerspiegeling is van een deels op wiskundige begaafdheid gebaseerde samenstelling van de groepjes, laat zien dat de groepjes van belang zijn voor het plezier in wiskunde aan het einde van het studiejaar. Andere variabelen dan in de analyse zijn opgenomen kunnen mogelijk wel die varianties verklaren.

Onze hypothese over de afhankelijkheid van plezier in wiskunde van de groepjes en de afhankelijkheid van prestatie in wiskunde van de klas moet gedeeltelijk worden verworpen. Plezier in wiskunde blijkt slechts in geringe mate af te hangen van omgevingskenmerken, zelfs niet van kenmerken in de groepjes, in tegenstelling tot de hypothese. De hypothese wordt wel gesteund door het feit dat de prestatie van beide niveaus afhankelijk is, zij het voornamelijk van klassekenmerken en bijna niet van groepskenmerken. In het bovenstaande is gebleken dat voor prestatie in wiskunde van leerlingen andere niveaus van belang zijn dan voor hun plezier in wiskunde.

Tenslotte merken we op dat uit dit onderzoek blijkt dat niet alleen de klas en de kleine groep als hulpbronnen kunnen worden opgevat; ook de docent is een belangrijke hulpbron. Alle docenten waren getraind in het geven van adaptief onderwijs: dat wil zeggen onderwijs dat is afgestemd op de leerling. Zij bleken in staat speciale aandacht te geven aan zwakke leerlingen. Deze individuele begeleiding van (zwakke) leerlingen had een positief effect op de prestaties bij wiskunde. Blijkbaar slagen docenten er tot op zekere hoogte in, hun onderwijs af te stemmen op het niveau van de leerlingen. Dat is een verrassende uitkomst en een hoopgevend perspectief voor de opleiding en nascholing van leraren.

Geraadpleegde literatuur

Aitkin, M., & N. Longford (1986), Statistical modelling issues in school effectiveness studies. *Journal of the Royal Statistical Society*, 149, 1-43.

- Anderson, L.W., & A. Pigford (1988), Teaching within-classroom groups: examining the role of the teacher. *Journal of Classroom Interaction*, 23, 8-12.
- Ausubel, D.P. (1968). *Educational Psychology: A Cognitive View*. New York: Holt Rinehart & Winston.
- Barr, R., & R. Dreeben (1983), *How schools work*. Chicago & Londen: The University of Chicago Press.
- Bryk, A.S., & S.W. Raudenbush (1988), Toward a more appropriate conceptualization of research on school effects: a three level hierarchical linear model. *American Journal of Education*, 96, 65-108.
- Bryk, A.S., & S.W. Raudenbush (1992), *Hierarchical linear models*. Londen: Sage.
- Corno, L., & R.E. Snow (1986), Adapting Teaching to Individual Differences Among Learners. In: M.C. Wittrock (red.), *Third Handbook of Research on Teaching*. *American Educational Research Journal*, 23, 357-374.
- Cuttance, P. (1987), Curriculum: the Frog-prince of School Effectiveness Research? *Journal of Curriculum Studies*, 19, 1, 77-85.
- Dar, Y., & N. Resh (1986), *Classroom Composition and Student Achievement: A study of the Effects of Ability-Based Classes*. New York: Gordon & Breach.
- De Graaf, P. (1987), *De invloed van financiële en culturele hulpbronnen in onderwijsloopbanen*. Nijmegen, Instituut voor Toegepaste Sociologie.
- De Leeuw, J., & G.G. Kreft (1986), Random coefficient models for multilevel analysis. *Journal of Educational Statistics*, 11, 57-86.
- Dreeben, R.T. (1984), First-Grade Reading Groups: Their Formation and Change. In: P.L. Penelope & L.C. Wilkinson (red.), *The Social Context of Instruction*. Londen: Academic Press.
- Dreeben, R.T., & R. Barr (1988), The Formation and Instruction of Ability Groups. *American Journal of Education*, 97, 34-64.
- Dreeben, R.T., & R. Barr (1988), Classroom Composition and the Design of Instruction. *Sociology of Education*, 61, 129-142.
- Goldstein, H. (1987), *Multilevel models in educational and social research*. Londen: Griffin.
- Hallinan, M.T. (1987), Ability Grouping and Student Learning. In: M.T. Hallinan (red.), *The Social Organization of Schools*, p. 41-69. New York: Plenum.
- Heath, J.A., & D.H. Ciscel (1988), Patriarchy, family structure and the exploitation of women's labor. *Journal of Economic Issues*, 22, 781-794.
- Herfs, P.G.P., E.H.M. Mertens, J.C. Perrenet & J. Terwel (1991), *Leren door samenwerken*. Amsterdam/Lisse: Swets & Zeitlinger (SVO Forumreeks).
- Johnston, J. (1972), *Econometric Methods*. New York: McGraw Hill.
- Komorita, S.S., & Th.P. Hamilton (1984), Power and equity in coalition bargaining. *Research in the Sociology of Organizations*, 3, 189-212.
- Leechor, C. (1988), *How High and Low Achieving Students Differentially Benefit From Working Together in Cooperative Small Groups*. Stanford: Stanford University, School of Education.
- Longford, N.T. (1986), *VARCL-interactive software for variance component analysis. Applications for survey data (manual)*.
- Longford, N.T. (1993), *Random Coefficient Models*. Londen: Claridon Press.
- Mooij, T. (1987), *Interactional multi-level Investigation into Pupil Behaviour, Achievement, Competence, and Orientation in Educational situations*. 's-Gravenhage: SVO.
- Mooij, T. (1990), *Leerprocessen en effecten van computerprogramma's bij 'Veilig Leren Lezen'*. Nijmegen: Katholieke Universiteit, Instituut voor Toegepaste Sociale wetenschappen.

- Mooij, T. (1992a), *Pesten in het onderwijs*. Nijmegen: Katholieke Universiteit, Instituut voor Toegepaste Sociale wetenschappen.
- Mooij, T. (1992b), Predicting (under)achievement of gifted children. *European Journal for High Ability*, 3, 59-74.
- Mooij, T. (in press), Bullying in The Netherlands: working towards understanding and prevention. In: D.P. Tattum (red.), *Understanding and managing bullying*. Londen: Heinemann Books.
- Mooij, T., & R. Jansen (1990), Theory and analysis of multi-level processes and effects: a two-level example on pupil achievement, competence, and orientation. In: P. van den Eeden, J. Hox en J. Hauer (red.), *Theory and model in multi-level research: convergence or divergence?* p. 35-54. Amsterdam: SISWO.
- Peterson, D. (1991), Physically violent husbands of the 1890s and their resources. *Journal of Family Violence*, 6, 1-15.
- Prosser, R., J. Rasbash & H. Goldstein (1990), *ML3, Software for three-level analysis. User guide*. Londen: University of London, Institute of Education.
- Raudenbush, S.W., & A.S. Bryk (1986), A hierarchical model for studying school effects. *Sociology of Education*, 59, 1-17.
- Segal, J. (1979), Coalition formation in tetrads: a critical test of four theories. *Journal of Psychology*, 103, 209-219.
- Slavin, R.E. (1989), Cooperative Learning and Student Achievement. In: R.E. Slavin, *School and Classroom Organisation*, p. 129-156. Hillsdale, N.J.: Erlbaum.
- Steil, J.M., & K. Weltman (1991), Marital inequality: the importance of resources, personal attributes, and social norms on career valueing and the allocation of domestic responsibilities. *Sex Roles*, 24, 161-179.
- Terwel, J. (1994), *Samen onderwijs maken: over het ontwerpen van adaptief onderwijs*. Amsterdam: Universiteit van Amsterdam, Groningen: Wolters-Noordhoff.
- Terwel, J., & P. van den Eeden (1990), Effecten van gedifferentieerd wiskundeonderwijs: de toepassing van een model voor multilevel-analyse bij curriculumevaluatie. *Tijdschrift voor Onderwijsresearch* 15, 5, 273-284.
- Terwel, J., & P. van den Eeden (1992), Differentiële effecten van het werken in kleine groepen: theorie, hypothesen en analyse. *Pedagogische Studiën*, 69, 51-66.
- Walberg, H.J., & S.L. Tsai (1983), Matthew effect in education. *Educational Research Quarterly* 20, 359-373.
- Wang, M.C., & H.J. Walberg (1983), Adaptive Instruction and Classroom Time. *American Educational Research Journal*, 20, 601-622.
- Webb, N.M. (1982), Group Composition, Group Interaction, and Achievement in Cooperative Small Groups. *Journal of Educational Psychology*, 74, 475-484.
- Webb, N.M., & Kenderski (1984), Student interaction and learning in small group and whole class settings. In: P.L. Peterson, L.C. Wilkinson & M. Hallinan (red.), *The Social Context of Instruction*, p. 153-170. Orlando: Academic Press.
- Webb, N.M. (1988), *Peer Interaction and Learning in Small Groups*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association. New Orleans.
- Webb, N.M. (1991), Task-related Verbal Interaction and Mathematics Learning in Small Groups, *Journal for Research in Mathematics Education*, 22, 366-389.
- Webb, N.M., & S. Farivar (1994). Promoting Helping Behavior in Cooperative Small Groups in Middle School Mathematics. *American Educational Research Journal*, 31, 369-395.